

## ESTUDO DE ADIMENSIONALIZAÇÃO APLICADO AO MODELO DE TROCADOR DE CALOR REGENERADOR

**Bruno Bock Silva**, [brunobocksilva@gmail.com](mailto:brunobocksilva@gmail.com)  
Curso Técnico em Mecânica – IFPR – Campus Curitiba

**Luiz Alfredo Stival Chaerke**, [luizchaerke@hotmail.com](mailto:luizchaerke@hotmail.com)  
Curso Técnico em Mecânica – IFPR – Campus Curitiba

**Celso Luiz Buiar**, [buiar@ifpr.edu.br](mailto:buiar@ifpr.edu.br)  
Instituto Federal do Paraná – IFPR – Campus Curitiba - Rua João Negrão, 1285 – Rebouças – CEP: 80010-200

**RESUMO:** Aplicando a técnica dos elementos de volume à configuração de um trocador de calor regenerador, gera-se um conjunto de equações diferenciais que pode ser resolvido por um método numérico simples. Combinando transferência de calor, princípios de Conservação e parâmetros geométricos, divide-se o domínio em  $n$  elementos de volume, para os quatro sistemas de análise. As trocas térmicas ocorridas pelos fenômenos de condução e convecção, geram as equações para obtenção do campo de temperatura, sem considerar a perda de carga. Coube aos alunos autores, acadêmicos do Curso Técnico em Mecânica do IFPR, aplicarem ao modelo dimensional pré-existente, a técnica de adimensionalização das variáveis de interesse, obtendo um novo conjunto de equações diferenciais nas novas variáveis e verificando seu comportamento em relação ao dimensional, obtendo resultados em uma célula e ao longo do comprimento analisado, oportunizando o entendimento sobre a análise de escala tão importante nesta área.

**PALAVRAS-CHAVE:** Trocador de Calor Regenerador, Análise Adimensional, Método dos Elementos de Volume

**ABSTRACT:** In this study volume elements methodology is applied in to heat transfer analysis was performed in regenerator heat exchanger, generated a differential equations system, solved by numerical method very single. Heat transfer, conservative principals and geometric parameters are combining, the problem domain is divided in  $n$  volume elements and each volume element in four systems. Convective and Conductive transfer generated a temperature field and gradient pressure is not available. The academic authors created a new differential equations system, applied dimensionless analysis and comparison the results in the dimensional model, obtained the temperature field values and study the scale analysis, very important in this area.

**KEYWORDS:** heat exchanger, dimensionless analysis, volume element methodology

### INTRODUÇÃO

A análise energética em processos industriais é muito importante, permitindo a utilização da energia de forma racional, ajudando nos processos de otimização das plantas a partir da matriz disponível para os sistemas empregados.

Os trocadores de calor regeneradores, assim como os trocadores em contra corrente, são os mais utilizados e possuem inúmeras aplicações em sistemas de refrigeração em geral, melhorando a eficiência do sistema aplicado.

Como objetivo deste trabalho é proposto um modelo adimensional de trocador de calor regenerador, a partir da técnica dos elementos de volume, obtendo equações diferenciais para o campo de temperaturas de cada sistema descrito na análise, além de ser considerada como hipótese de trabalho, não ser considerada a perda de carga no escoamento de fluido ao longo dos canais.

### NOMENCLATURA UTILIZADA

Para facilitar o entendimento e análise das equações é apresentada a tabela 1, contendo as variáveis e sua significação.

**Tabela 1** – Nomenclatura

Agl	Área de troca do sólido, [ m <sup>2</sup> ]
Ags	Área da Malha metálica, [ m <sup>2</sup> ]
Apl	Área de troca interna do tubo, [ m <sup>2</sup> ]
Aps	Área do isolante, [ m <sup>2</sup> ]
Atl	Área externa do tubo, [ m <sup>2</sup> ]
cg	calor específico do sólido, [J / kg.K]
cv	calor específico do fluido quente a volume constante, [J / kg.K]
cvr	calor específico do fluido frio a volume constante [J / kg.K]
cpr	calor específico do fluido frio a pressão constante [J / kg.K]
cp	calor específico do isolante, [J / kg.K]
CV	calor específico adimensional do fluido quente
CVR	calor específico adimensional do fluido frio à volume constante
CPP	calor específico adimensional do isolante
CPR	calor específico adimensional do fluido frio a pressão constante
h	Coefficiente de transferência de calor por convecção, [W/m <sup>2</sup> .K]
hg	Coefficiente de transferência de calor por convecção, [W/m <sup>2</sup> .K]

ht	Coefficiente de transferência de calor por convecção do tubo [W/m <sup>2</sup> .K]
HG	Coefficiente adimensional do sólido
HP	Coefficiente adimensional do isolante
HT	Coefficiente adimensional do tubo
H∞	Coefficiente adimensional do ambiente
kg	Condutividade do sólido, [W/m.K]
kp	Condutividade do isolante, [W/m.K]
KG	Condutividade adimensional do sólido
KP	Condutividade adimensional do isolante
m	Massa do fluido quente, [kg]
mg	Massa total do sólido, [kg]
mp	Massa do isolante, [kg]
mr	Massa do fluido frio, [kg]
$\dot{m}$	Vazão em massa do fluido quente, [kg/s]
$\dot{m}_r$	Vazão em massa do fluido frio [kg/s]
$\dot{m}_{ref}$	Vazão de referência, [kg/s]
M	Massa adimensional fluido quente
MG	Massa adimensional sólido
MP	Massa adimensional isolante
MR	Massa adimensional fluido frio
$\dot{M}$	Vazão adimensional fluido quente
$\dot{M}_R$	Vazão adimensional fluido frio
n	Número de elementos de volume
qg	Fluxo de energia no sólido [W]
qp	Fluxo no isolante, [W]
qt	Fluxo no tubo, [W]
q∞	Fluxo no ambiente, [W]
T	Temperatura fluido quente [K]
Tg	Temperatura no sólido [K]
Tp	Temperatura no isolante [K]
Tr	Temperatura fluido frio [K]
x	Comprimento [m]
t	tempo [s]
t <sub>esc</sub>	tempo escala
<i>Símbolos gregos</i>	
∞	ambiente
θ	tempo adimensional
Φ	temperatura adimensional
<i>Subscritos</i>	
a	anterior
in	entrada
out	saída
p	seguinte (posterior)
<i>Expoente</i>	
i	Elemento i

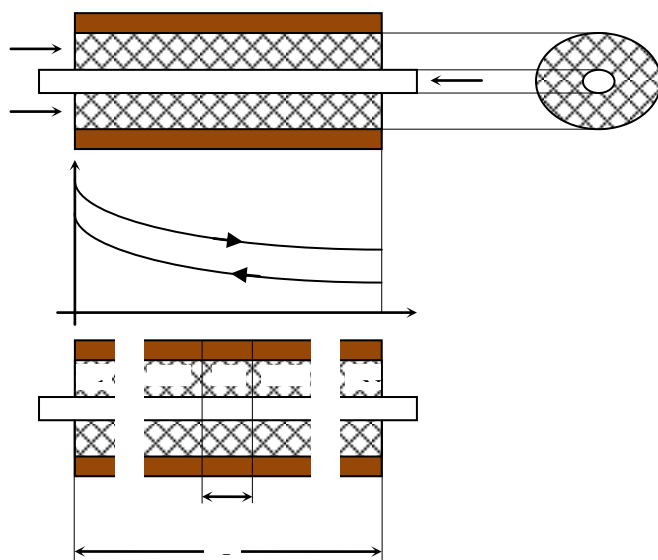
## MODELO MATEMÁTICO

O modelo matemático está baseado no modelo de trocador de calor regenerador, proposto por (Souza & Vargas, 2005) e representado pela figura 1, na qual são determinados os quatro elementos de análise, bem como a discretização na direção axial (neste caso eixo x).

A Figura 1 apresenta os aspectos geométricos, além de representar os fluxos dos fluídos quente, que escoam ao longo da malha metálica, frio que escoam pelo canal

central, permitindo a troca térmica entre as correntes, além de representar a orientação adotada quando da discretização axial utilizada por meio de elementos simétricos para facilidade da análise.

A solução do conjunto de equações diferenciais é obtida pela solução de um método numérico (Forward – Euler ou Runge – Kutta de 4ª ou 5ª ordem) escrito em linguagem Fortran disponibilizado aos alunos para teste e comparações.



**Figura 1.** Diagrama Esquemático do trocador regenerador, Souza (2005)

## Modelo Dimensional

O modelo dimensional é a aplicação da primeira lei da termodinâmica a cada material, obtendo o seguinte sistema de equações diferenciais:

$$mg^i cg \frac{dTg^i}{dt} = qg + q_{c,a,g} + q_{c,p,g} + qt \quad (1)$$

$$m^i cv \frac{dT^i}{dt} = q_{in} - q_{out} - qg + qp \quad (2)$$

$$mr^i cvr \frac{dTr^i}{dt} = -qt + \dot{m}_r cpr (T_r^{i+1} - T_r^i) \quad (3)$$

$$mp^i cp \frac{dTp^i}{dt} = q_x - qp + q_{c,a,p} + q_{c,p,p} \quad (4)$$

Nas quais m representa a massa, t tempo, T temperatura, i elemento em questão e q fluxo de energia térmica, as demais notações estão conforme a nomenclatura da tabela 1.

Detalhando os fluxos escritos pelas equações (1) a (4), obtemos as seguintes relações:

$$qg = hg Agl^i (T^i - T^{i-1}) \quad (5)$$

$$q_{c,a,g} = -kg \text{ Ags} \left( \frac{T_g^i - T_g^{i-1}}{\Delta x} \right) \quad (6)$$

$$q_{c,p,g} = -kg \text{ Ags} \left( \frac{T_g^i - T_g^{i+1}}{\Delta x} \right) \quad (7)$$

$$qt = ht \text{ Atl}^i (T_r^i - T_g^i) \quad (8)$$

$$qp = hg \text{ Ap}^i (T_p^i - T_r^i) \quad (9)$$

$$q_{in} - q_{out} = \dot{m} \text{ cp} (T^{i-1} - T^i) \quad (10)$$

$$q_{c,a,p} = -kp \text{ Aps} \left( \frac{T_p^i - T_p^{i-1}}{\Delta x} \right) \quad (11)$$

$$q_{c,p,p} = -kp \text{ Aps} \left( \frac{T_p^i - T_p^{i-1}}{\Delta x} \right) \quad (12)$$

$$q_{\infty} = -h \text{ Apl}^i (T_p^i - T_{\infty}) \quad (13)$$

Nas quais k e h representam a condutividade térmica e o coeficiente de transferência de calor por convecção respectivamente, sendo os demais índices e variáveis as mesmas descritas na Tabela 1.

#### Adimensionalização

Na seção anterior foi descrito o modelo na forma dimensional para cada elemento de volume. Nesta seção que trata do modelo adimensional, vamos organizar as variáveis adimensionais e substituí-las nas equações dimensionais.

Como vantagem, em um modelo adimensional todas as variáveis são diretamente proporcionais as variáveis do modelo dimensional. Desta forma podem-se ser analisados em escalas, maiores ou menores, quaisquer sistemas com características similares ao original.

Outra característica importante é a de qualquer variável adimensional pode ser utilizada em simulações, pois além de ser proporcional a variável dimensional, como proposto anteriormente, varia de forma apropriada a responder, sem perda de generalidade, aos efeitos causados no modelo dimensional.

Fisicamente, o conjunto de resultados de um modelo adimensionalizado, representa ao comportamento de várias combinações de configurações do sistema de parâmetros, (geométricos, de construção) e de parâmetros de operação, (condição ambiente, fluxos).

Com base nestas argumentações é conveniente pesquisar formas alternativas que eliminam as variáveis dimensionais em função de novos parâmetros adimensionalizados, tendo como norte dois grandes objetivos, a saber Estabilidade Numérica e Generalização dos resultados. Escolhendo grupos adimensionais para as variáveis encontramos:

$$t_{esc} = \frac{mg \text{ cg}}{\dot{m}ref \text{ cp}} \quad (14)$$

$$MG^i = \frac{mg^i}{mg}; M^i = \frac{m^i}{mg}; MR^i = \frac{mr^m}{mg}; MP^i = \frac{mp^i}{mg} \quad (15)$$

$$HG = \frac{hg \text{ Agl}^i}{\dot{m}ref \text{ cp}}; HT = \frac{ht \text{ Alt}^i}{\dot{m}ref \text{ cp}}; \quad (16)$$

$$HP = \frac{hg \text{ Apl}^i}{\dot{m}ref \text{ cp}}; H\infty = \frac{h \text{ Apl}^i}{\dot{m}ref \text{ cp}}$$

$$KG = \frac{kg \text{ Ags}}{\dot{m}ref \text{ cp} \Delta x}; KP = \frac{kp \text{ Aps}}{\dot{m}ref \text{ cp} \Delta x}; \quad (17)$$

$$\dot{M} = \frac{\dot{m}}{\dot{m}ref}; \dot{MR} = \frac{\dot{m}r}{\dot{m}ref} \quad (18)$$

$$CV = \frac{cv}{cg}; CVR = \frac{cvr}{cg}; CPR = \frac{cpr}{cg}; CPP = \frac{cp}{cg} \quad (19)$$

Sendo m massa, c calor específico, h coeficiente de transferência de calor, A área, k condutividade, x comprimento, i elemento como já descrito pela tabela 1. Aplicando as equações (14) a (19) nas equações (1) a (4), obtemos o sistema adimensional, que fornecem o campo de temperatura:

$$MG^i \frac{d\Phi_g^i}{d\theta} = HG[\Phi^i - \Phi_g^i] + \quad (20)$$

$$+ HT[\Phi_r^i - \Phi_g^i] - KG [2\Phi_g^i - \Phi_g^{i-1} - \Phi_g^{i+1}]$$

$$M^i CV \frac{d\Phi^i}{d\theta} = \dot{M} [\Phi^{i-1} - \Phi^i] - \quad (21)$$

$$- HG[\Phi^i - \Phi_g^i] + HP[\Phi_p^i - \Phi^i]$$

$$M_r^i CVR \frac{d\Phi_m^r}{d\theta} = -HT[\Phi_m^r - \Phi_g^i] + \quad (22)$$

$$+ \dot{MR} CPR [\Phi_r^{i+1} - \Phi_r^i]$$

$$M_p^i CPP \frac{d\Phi_p^i}{d\theta} = -HP[\Phi_p^i - \Phi^i] - \quad (23)$$

$$- H\infty[\Phi_p^i - \Phi_{\infty}] - KP [2\Phi_p^i - \Phi_p^{i-1} - \Phi_p^{i+1}]$$

## RESULTADOS

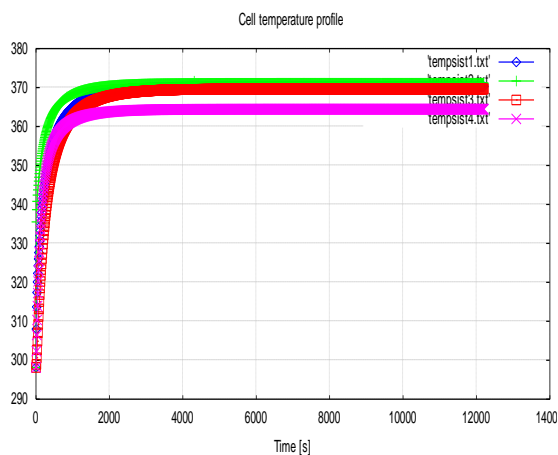
Para a confecção dos resultados, são apresentados na tabela 2, os parâmetros geométricos e auxiliares utilizados para a confecção dos perfis de temperatura.

A solução dos sistemas das equações (1) a (4) dimensional e (20) a (23) adimensional, pode ser obtido pelos métodos de Euler e Runge – Kutta de 4ª e ou 5ª ordem em um programa computacional escrito em linguagem fortran, disponibilizado aos alunos para teste.

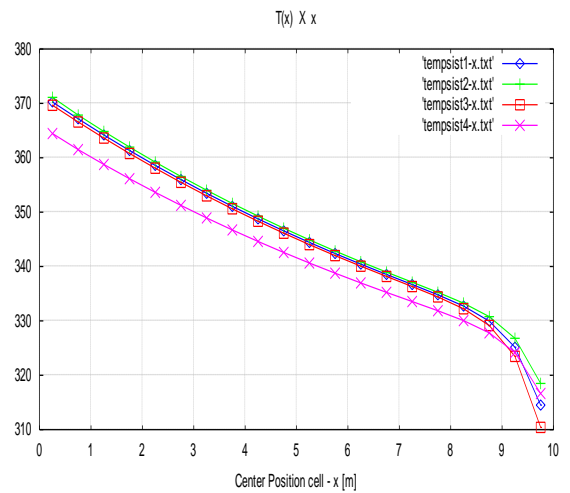
**Tabela 2.** Parâmetros do modelo

Parâmetro	Valor e Unidade
Numero de células	20
Diâmetro interno do tubo	0,05 m
Diâmetro externo do tubo	0,1 m
Diâmetro do sólido	0,002 m
Porosidade	0,8
Fluxo de massa interno	0,005 kg/s
Coefficiente de transferência convectiva do ambiente	5 W/m <sup>2</sup> K
Coefficiente interno e externo	50 W/m <sup>2</sup> K
Densidade do fluido externo	1.165 kg/m <sup>3</sup>

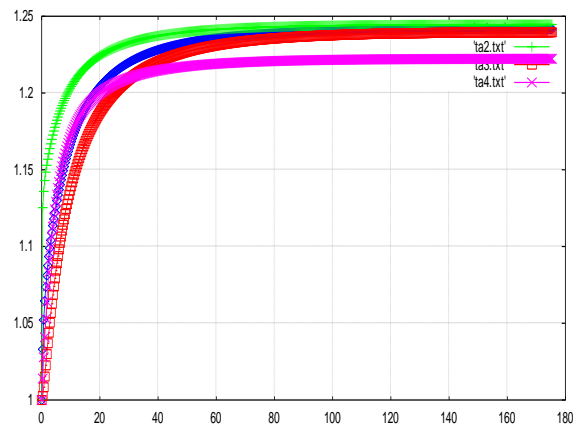
As figuras 2 e 3, mostram o comportamento do perfil de temperatura em uma célula de análise e o comportamento ao longo do comprimento, bem como as figuras 4 e 5, apresentam os mesmos resultados, na configuração adimensional.



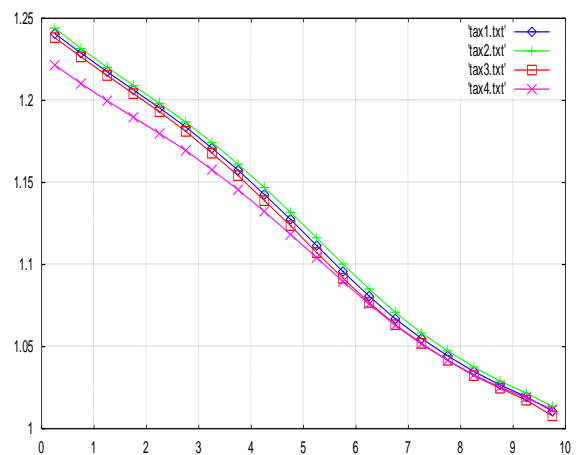
**Figura 2.** Perfil de Temperatura em uma célula



**Figura 3.** Valores de Temperatura ao longo do comprimento do trocador.



**Figura 4.** Valores adimensionais de Temperatura para uma célula



**Figura 5.** Valor adimensionais ao longo do comprimento do trocador

## **CONCLUSÃO**

Apresentou – se neste trabalho uma aplicação da adimensionalização de variáveis, tomando por base o modelo de um trocador de calor regenerador.

O comportamento dos campos de temperatura dimensional e adimensional representa bem o modelo, justificando a boa escolha do conjunto de variáveis adimensionais adotadas.

Como perspectiva de crescimento nos estudos, pretende-se estudar a perda de carga ocorrida no modelo e verificar sua adimensionalização.

## **REFERÊNCIAS**

- Bejan, A., “Convection heat transfer”, Wiley, New York, 2<sup>nd</sup> Ed, 1995.
- Martins, L. de S., Dissertação de Mestrado PIPE - UFPR, “Modelagem Matemática e simulação em tempo real de um trocador de calor regenerador”, Curitiba, PR, 2005.
- Vargas, J. V.C.; Stanescu, G.; Florea R.; Campos, M. C., 2001, “A numerical model to predict the thermal and psychometric response of electronics packages”, ASME Journal Electronics Packages, Vol. 123, pp. 200 – 210.
- Vargas, J. V. C., 2010, “Post graduate course class notes”, PIPE – UFPR, Curitiba - PR.

## **DECLARAÇÃO DE RESPONSABILIDADE**

Os autores são os únicos responsáveis pelo material aqui escrito.